



FIȘA DISCIPLINEI

Anul universitar 2023 - 2024

1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Lucian Blaga din Sibiu
1.2. Facultatea	Științe
1.3. Departament	Matematică și Informatică
1.4. Domeniul de studiu	Matematică
1.5. Ciclul de studii ¹	Licență
1.6. Specializarea	Matematică Informatică

2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	Analiză reală și elemente de teoria măsurii			Cod	FSTI.MAI.MI.L.FO.3. 2200.E-5.2
2.2. Titular activități de curs	Prof.univ.dr. Laurian Suci				
2.3. Titular activități practice	Prof.univ.dr. Laurian Suci				
2.4. An de studiu ²	2	2.5. Semestrul ³	3	2.6. Tipul de evaluare ⁴	E
2.7. Regimul disciplinei ⁵	O	2.8. Categoria formativă a disciplinei ⁶	F		

3. Timpul total estimat

3.1. Extinderea disciplinei în planul de învățământ – număr de ore pe săptămână					
3.1.a.Curs	3.1.b. Seminar	3.1.c. Laborator	3.1.d. Proiect	3.1.e Alte	Total
2	2				4
3.2. Extinderea disciplinei în planul de învățământ – total ore din planul de învățământ					
3.2.a.Curs	3.2.b. Seminar	3.2.c. Laborator	3.2.d. Proiect	3.2.e Alte	Total ⁷
28	28				56
Distribuția fondului de timp pentru studiu individual⁸					Nr. ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					40
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					10
Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri					10
Tutoriat ⁹					7
Examinări ¹⁰					2
3.3. Total ore alocate studiului individual¹¹ (NOSI_{sem})					69
3.4. Total ore din Planul de învățământ (NOAD_{sem})					56
3.5. Total ore pe semestru¹² (NOAD_{sem} + NOSI_{sem})					125
3.6. Nr ore / ECTS					25
3.7. Număr de credite¹³					5

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1. Discipline necesare a fi promovate anterior (de curriculum) ¹⁴	Analiză Matematică 1,2, Elemente de topologie generală.
4.2. Competențe	Cunoașterea și utilizarea rezultatelor de analiză matematică, topologie generală, teoria măsurii studiate în ciclul de licență: spații topologice, spații metrice, convergență, limită și continuitate, compacitate.

5. Condiții (acolo unde este cazul)

5.1. De desfășurare a cursului ¹⁵	Tablă, videoproiector, platforme online
5.2. De desfășurare a activităților practice (lab/sem/pr/aplic) ¹⁶	Tablă, videoproiector, platforme online

6. Competențe specifice acumulate¹⁷

		Număr de credite alocate disciplinei ¹⁸	5	Repartizare credite pe competențe ¹⁹
6.1. Competențe profesionale	CP1	Operarea cu noțiuni și metode avansate de analiză matematică: integrarea funcțiilor reale și studiul măsurilor pozitive și reale.		1
	CP2	Cunoașterea, familiarizarea și operarea cu elemente de integrare abstractă a funcțiilor și rezultatele de topologie necesare.		1
	CP3	Stăpânirea și utilizarea fără dificultate a noțiunilor: Măsură pozitivă, măsură absolut continuă, integrală Lebesgue, teoreme fundamentale din calculul integral.		1
	CP4			
	CP5			
	CP6			
6.2. Competențe transversale	CT1	Manifestarea unei atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, valorificarea potențialului propriu pe plan profesional, respectarea regulilor de muncă riguroasă și eficientă pentru executarea unor sarcini profesionale complexe.		1
	CT2	Coordonarea și conducerea eficientă a activităților organizate în echipă sau într-un grup interdisciplinar.		1
	CT3			

7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor specifice acumulate)

7.1. Obiectivul general	- extinderea unor noțiuni și rezultate din teoria integralei Riemann.
7.2. Obiectivele specifice	- însușirea, familiarizarea, generalizarea și aplicarea unor noțiuni și rezultate fundamentale din analiza matematică clasică, topologie, teoria măsurii, în studiul funcțiilor reale: limite, continuitate, compacitate, definirea de noi norme. - inițierea în fundamentele matematice ale integralei Lebesgue, teorie modernă și des utilizată în cele mai variate domenii ale științei.

8. Conținuturi

8.1. Curs ²⁰	Metode de predare ²¹	Nr. ore
Curs 1: Sigma-algebre. Spații măsurabile.	Prelegerea	2
Curs 2: Măsuri pozitive. Definiții. Proprietăți.	Prelegerea	2



Curs 3:	Măsuri exterioare. Măsuri complete și regulate.	Prelegerea	2
Curs 4:	Completarea unei măsuri pozitive.	Prelegerea	2
Curs 5:	Măsura exterioară Lebesgue pe dreapta reală. Măsura lui Lebesgue. Mulțimi nemăsurabile Lebesgue.	Prelegerea	2
Curs 6:	Funcții măsurabile. Proprietăți.	Prelegerea	2
Curs 7:	Funcții etajate. Proprietăți. Teorema lui Borel.	Prelegerea	2
Curs 8:	Integrala funcțiilor etajate și a funcțiilor pozitive. Teorema convergenței monotone Beppo Levi. Proprietăți ale integralei funcțiilor pozitive. Lema lui Fatou.	Prelegerea	2
Curs 9:	Integrala abstractă Lebesgue. Integrala nedefinită. Propr.	Prelegerea	2
Curs 10:	Spațiul funcțiilor integrabile; Teorema convergenței dominate a lui Lebesgue. Teorema convergenței mărginite. Teorema de continuitate absolută a integralei.	Prelegerea	2
Curs 11:	Spațiile lui Lebesgue. Proprietăți elementare.	Prelegerea	2
Curs 12:	Legătura integralei Lebesgue cu integrala Riemann și Riemann generalizată.	Prelegerea	2
Curs 13:	Măsuri reale. Teorema lui Hahn-Jordan de descompunere a măsurilor reale. Măsuri absolut continue și măsuri singulare .	Prelegerea	2
Curs 14:	Teorema de descompunere Lebesgue. Teorema Radon-Nikodym.	Prelegerea	2
Total ore curs:			28

8.2. Activități practice

8.2.a. Seminar		Metode de predare ²²	Nr. ore
Seminar 1	Aplicații la tema : Spații măsurabile.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 2	Aplicații la tema : Măsuri pozitive.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 3	Aplicații la tema : Măsuri exterioare.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 4	Aplicații la tema : Completarea unei măsuri pozitive.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 5	Aplicații la tema : Măsura exterioară Lebesgue pe dreapta reală. Măsura lui Lebesgue.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 6	Aplicații la tema : Funcții măsurabile.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 7	Aplicații la tema : Funcții etajate. Teorema lui Borel.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 8	Aplicații la tema : Integrala funcțiilor etajate și a funcțiilor pozitive.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 9	Aplicații la tema : Integrala abstractă Lebesgue.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 10	Aplicații la tema : Spațiul funcțiilor integrabile.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 11	Aplicații la tema : Spațiile lui Lebesgue.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 12	Aplicații la tema: Legătura integralei Lebesgue cu integrala Riemann	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 13	Aplicații la tema : Măsuri reale.	Expunerea probl. la tablă	2
Seminar 14	Aplicații la tema : Teorema de descompunere Lebesgue. Teorema Radon-Nikodym.	Expunerea probl. la tablă	2
Total ore seminar			28

9. Bibliografie

9.1. Referințe bibliografice recomandate	M. Nicolescu – Funcții reale și elemente de topologie, E.D.P, București, 1968.
	P.R. Halmos – Measure Theory, Springer-Verlag, New York, 1974.
	S. Strătilă : Integrala Lebesgue și transformarea Fourier. București. Editura Fundației Theta, 2014.
	T. Ceaușu, M. Megan - Funcții reale, Editura Mirton, Timișoara 2005.
9.2. Referințe bibliografice suplimentare	C. Costara, D. Popa- Exercises in Functional Analysis, Kluwer 2003.

10. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatorilor reprezentativi din domeniul aferent programului²³

Se realizează prin contacte periodice cu aceștia în vederea analizei conținuturilor. Conținuturile disciplinei sunt permanent adaptate atât tradițiilor cât și evoluțiilor domeniilor în care pot fi angajați absolvenții. Acest lucru se realizează atât pe baza experienței cadrelor didactice ale departamentului în domeniul didactic și în cel IT dar și printr-o permanentă colaborare și consultare cu colegii altor universități din țară și străinătate cât și cu alți posibili angajatori din domeniul aferent programului. Astfel se insistă în formarea la studenți a unei gândiri structurate, a unui raționament organizat logico-deductiv, a capacității de analiză și sinteză, de imaginație, intuiție, de anticipare a unor rezultate. Teoria măsurii și a integralei Lebesgue este o disciplină modernă care își găsește aplicabilitate în multe și foarte variate domenii științifice.

11. Evaluare

Tip activitate	11.1 Criterii de evaluare	11.2 Metode de evaluare	11.3 Pondere din nota finală	Obs. ²⁴	
11.4a Examen / Colocviu	• Cunoștințe teoretice și practice însușite (cantitatea, corectitudinea, acuratețea)	Teste pe parcurs ²⁵ :	P ₁ =70% N ₁ ≥5	P ₁ = P _{1.1} + P _{1.2} + P _{1.3} + P _{1.4}	
		Teme de casă:			P _{1.1} =_% N _{1.1} ≥5
		Alte activități ²⁶ :			P _{1.2} =_% N _{1.2} ≥5
		Evaluare finală:			P _{1.3} =_% N _{1.3} ≥5
11.4b Seminar	• Frecvența/relevanța intervențiilor sau răspunsurilor	Evidența intervențiilor, portofoliu de lucrări (referate, sinteze științifice)	P ₂ =30% N ₂ ≥5	nCPE	
11.4c Laborator	• Cunoașterea aparatului, a modului de utilizare a instrumentelor specifice; evaluarea unor instrumente sau realizări, prelucrarea și interpretarea unor rezultate	• Chestionar scris • Răspuns oral • Caiet de laborator, lucrări experimentale, referate etc. • Demonstrație practică	P ₃ =_% N ₃ ≥5		
11.4d Proiect	• Calitatea proiectului realizat, corectitudinea	• Autoevaluarea, prezentarea și/sau susținerea proiectului	P ₄ =_% N ₄ ≥5		



	documentației proiectului, justificarea soluțiilor alese	• Evaluarea critică a unui proiect		
11.5	Standard minim de performanță ²⁷		$N_T = 5$	$P_T = 100\%$
$N_T = 1 + 0,9 \times \sum_{n=1}^4 (P_n \times N_n) \geq 5$ $P_T = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 100\%$ $N_T = 1 + 0,9 \times [(P_{1,1} \times N_{1,1} + P_{1,2} \times N_{1,2} + P_{1,3} \times N_{1,3} + P_{1,4} \times N_{1,4}) + P_2 \times N_2 + P_3 \times N_3 + P_4 \times N_4]$ <p>Unde: 1 = punctul din oficiu (adăugat la calculul notei finale)</p> <p>P = Pondere (P_T = Pondera totală);</p> <p>N = Nota (N_T = Nota finală);</p>				

Fișa disciplinei cuprinde componente adaptate persoanelor cu CES (persoane cu dizabilități și persoane cu potențial înalt), în funcție de tipul și gradul acestora, la nivelul tuturor elementelor curriculare (competențe, obiective, conținuturi, metode de predare, evaluare alternativă), pentru a asigura șanse echitabile în pregătirea academică a tuturor studenților, acordând atenție sporită nevoilor individuale de învățare.

Data completării: | 2 | _ | 5 | _ | / | 0 | _ | 9 | _ | / | 2 | _ | 0 | _ | 2 | _ | 3 | _ |

Data avizării în Departament: | 2 | _ | 8 | _ | / | 0 | _ | 9 | _ | / | 2 | _ | 0 | _ | 2 | _ | 3 | _ |

	Grad didactic, titlul, prenume, numele	Semnătura
Titular disciplină	Prof.univ.dr. Laurian SUCIU	
Responsabil program de studii	Conf. univ. dr. Adrian Nicolae BRANGA	
Director Departament	Prof. univ. dr. Mugur Alexandru ACU	

¹ Licență / Master

² 1-4 pentru licență, 1-2 pentru master

³ 1-8 pentru licență, 1-3 pentru master

⁴ Examen, colocviu sau VP A/R – din planul de învățământ

⁵ Regim disciplină: O=Disciplină obligatorie; A=Disciplină opțională; U=Facultativă

⁶ Categoria formativă: S=Specialitate; F=Fundamentală; C=Complementară; I=Asistată integral; P=Asistată parțial; N=Neasistată

⁷ Este egal cu 14 săptămâni x numărul de ore de la punctul 3.1 (similar pentru 3.2.a.b.c.d.e.)

⁸ Liniiile de mai jos se referă la studiul individual; totalul se completează la punctul 3.37.

⁹ Între 7 și 14 ore

¹⁰ Între 2 și 6 ore

¹¹ Suma valorilor de pe liniile anterioare, care se referă la studiul individual.

¹² Suma (3.5.) dintre numărul de ore de activitate didactică directă (NOAD) și numărul de ore de studiu individual (NOSI) trebuie să fie egală cu numărul de credite alocate disciplinei (punctul 3.7) x nr. ore pe credit (3.6.)

¹³ Numărul de credit se calculează după formula următoare și se rotunjește la valori vecine întregi (fie prin micșorare fie prin majorare)

$$\text{Nr. credite} = \frac{\text{NOCpSpD} \times C_C + \text{NOApSpD} \times C_A}{\text{TOCpSdP} \times C_C + \text{TOApSdP} \times C_A} \times 30 \text{ credite}$$

Unde:

- NOCpSpD = Număr ore curs/săptămână/disciplina pentru care se calculează creditele
- NOApSpD = Număr ore aplicații (sem./lab./pro.)/săptămână/disciplina pentru care se calculează creditele
- TOCpSdP = Număr total ore curs/săptămână din plan
- TOApSdP = Număr total ore aplicații (sem./lab./pro.)/săptămână din plan
- C_C/C_A = Coeficienți curs/aplicații calculate conform tabelului

Coeficienți	Curs	Aplicații (S/L/P)
Licență	2	1
Master	2,5	1,5
Licență lb. străină	2,5	1,25

¹⁴ Se menționează disciplinele obligatoriu a fi promovate anterior sau echivalente

¹⁵ Tablă, videoproiector, flipchart, materiale didactice specifice, platforme on-line etc.

¹⁶ Tehnică de calcul, pachete software, standuri experimentale, platforme on-line etc.

¹⁷ Competențele din Grilele aferente descrierii programului de studii, adaptate la specificul disciplinei

¹⁸ Din planul de învățământ

¹⁹ Creditele alocate disciplinei se distribuie pe competențe profesionale și transversale în funcție de specificul disciplinei

²⁰ Titluri de capitole și paragrafe

²¹ Expunere, prelegere, prezentare la tablă a problematicii studiate, utilizare videoproiector, discuții cu studenții (pentru fiecare capitol, dacă este cazul)

²² Discuții, dezbateri, prezentare și/sau analiză de lucrări, rezolvare de exerciții și probleme

²³ Legătura cu alte discipline, utilitatea disciplinei pe piața muncii

²⁴ CPE – condiționează participarea la examen; nCPE – nu condiționează participarea la examen; CEF - condiționează evaluarea finală; N/A – nu se aplică

²⁵ Se va preciza numărul de teste și săptămânile în care vor fi susținute.

²⁶ Cercuri științifice, concursuri profesionale etc.

²⁷ Se particularizează la specificul disciplinei standardul minim de performanță din grila de competențe a programului de studii, dacă este cazul.